

b) N° de operações realizadas

$$\begin{matrix} n-1 \\ \text{linhas} \end{matrix} \left\{ \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & | & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & | & b_2 \\ \vdots & & & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} & | & b_n \end{bmatrix} \right.$$

i) Eliminação

(n-1) linhas e p/ cada uma delas calculamos n+1 multiplicações
n adições

	multiplicações	adições
eliminação da 1ª coluna	(n-1)(n+1)	(n-1) n
2ª coluna	(n-2) n	(n-2)(n-1)
⋮	⋮	⋮
(n-1)ª coluna	1.3	2.1
TOTAL	$\sum_{i=1}^{n-1} i(i+2)$	$\sum_{i=1}^{n-1} (i+1)i$

P/ multiplicações $\sum_{i=1}^{n-1} i(i+2) = \sum_{i=1}^{n-1} i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} 2i$

$$\sum_{i=1}^{n-1} i^2 = \sum_{i=1}^n i^2 - n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - n^2 = \frac{n^3}{3} - \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}$$

e $\sum_{i=1}^{n-1} i = \sum_{i=1}^n i - n = \frac{n(n+1)}{2} - n = \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2}$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n-1} i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} 2i = \frac{n^3}{3} - \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} + 2 \left\{ \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2} \right\} = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} - \frac{5n}{6}$$

P/ adições De forma análoga $\sum_{i=1}^{n-1} (i+1)i = \frac{n^3}{3} - \frac{n}{3}$

ii) Back substitution

1º passo (linha n)	1 multiplicação	nenhuma adição uma adição
2º passo (linha n-1)	2 multiplicações	
	⋮	
	n multiplicações	n-1 adições
<u>nésimo passo (linha 1)</u>		
TOTAL	$\frac{n(n+1)}{2}$	$\frac{(n-1)n}{2}$ adições

Gaussian Elimination = forward elimination + back^{ward} substitution

$$\text{TOTAL}_{\text{multiplicações}} = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} - \frac{5n}{6} + \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\} = \frac{n^3}{3} + n^2 - \frac{n}{3}$$

$$\text{Total}_{\text{adições}} = \frac{n^3}{3} - \frac{n}{3} + \left\{ \frac{(n-1)n}{2} \right\} = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} - \frac{5n}{6}$$

→ n gde temos ^{entre adições e multiplicações} um total de

$$\approx \frac{2n^3}{3} \quad \text{operações de ponto flutuante}$$

Voltando ao nosso problema, um sistema matriz $20 \times 20 \rightarrow \frac{2^3 \times 10^3}{3} \approx 3 \times 10^3$ flop
com um PC com 1000 Mflops será resolvido

$$\text{em } t = \frac{3 \times 10^3 \text{ flop}}{1000 \text{ Mflop/s}} \approx 10^{-6} \text{ s}!$$

↓ só tempo de CPU
sem contar perda de
eficiência no acesso
à memória.