

1. Usando o método de Jacobi-Richardson, obter a solução do sistema linear:

$$\begin{cases} 10x_1 + x_2 - x_3 = 10 \\ x_1 + 10x_2 + x_3 = 12 \\ 2x_1 - x_2 + 10x_3 = 11 \end{cases} \quad \text{com três casas decimais corretas.}$$

2. Dado o sistema linear:

$$\begin{cases} 10x_1 + x_2 - x_3 = 10 \\ 2x_1 + 10x_2 + 8x_3 = 20 \\ 7x_1 + x_2 + 10x_3 = 30 \end{cases}$$

- a) Verificar a possibilidade de aplicação do método de Jacobi-Richardson.
b) Se possível, resolvê-lo pelo método do item **a)**, obtendo o resultado com erro relativo $< 10^{-2}$.

3. Dado o sistema linear:

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 1 \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 \\ -x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 3 \end{cases}$$

mostrar que, reordenando as equações e incógnitas, podemos fazer com que o critério de Sassenfeld seja satisfeito, mas não o das linhas.

4. Considerar o sistema linear:

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 7 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + 10x_3 = -1 \end{cases}$$

- a) Verificar a possibilidade de aplicação do método de Gauss-Seidel, usando o critério de Sassenfeld.
b) Se possível, resolvê-lo pelo método do item **a)**, obtendo o resultado com erro relativo $< 10^{-2}$.

5. Considere o sistema linear:

$$\begin{cases} 10x_1 - x_2 + 4x_3 = 5 \\ x_1 + 10x_2 + 9x_3 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 - 10x_3 = 9 \end{cases}$$

Entre os métodos iterativos que você conhece, qual você aplicaria? Por quê? Resolva-o pelo método escolhido.

6. Considere o sistema linear $Ax = b$

$$A = \begin{pmatrix} 50 & -1 & 4 \\ 1 & 50 & 9 \\ 2 & -3 & -50 \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 45 \\ 42 \\ 49 \end{pmatrix}.$$

Aplique a este sistema o mesmo método aplicado no exercício anterior. Como se comparam as taxas de convergência? Por quê?

7. Considere os sistemas lineares:

$$(I) = \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 1 \end{cases}$$

e

$$(II) = \begin{cases} 5x_1 + 4x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 + 3x_2 + 6x_3 = -9 \end{cases}$$

Aplicando os critérios que você conhece, qual dos métodos iterativos será seguramente convergente? Justifique.

8. Considere o sistema linear:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 = 1 \\ -2x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ -x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

Reordene as equações convenientemente e aplique o método de Gauss-Seidel com garantia de convergência.