

Sistemas lineares 1: Métodos exatos

1. Considere o sistema linear:

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -6 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

- a) Resolva-o pelo método de Eliminação de Gauss.
b) Calcule o determinante de A usando a matriz triangular obtida no item **a)**

2. Verificar, usando o método de Eliminação de Gauss, que o sistema linear:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$

não tem solução.

3. Usando o método de Eliminação de Gauss, verifique que o sistema linear:

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + \alpha x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + 2\alpha x_3 = 3 \\ \alpha x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$$

- a) possui uma única solução quando $\alpha = 0$,
b) possui infinitas soluções quando $\alpha = 1$ e
c) não tem solução quando $\alpha = -1$.

4. Através do método de Eliminação de Gauss, resolver o sistema linear:

$$\begin{cases} 0.0001x_1 + 1.00x_2 = 1.00 \\ 1.00x_1 + 1.00x_2 = 2.00 \end{cases}$$

usando em todas operações três dígitos significativos.

Resolver o mesmo sistema linear pelo método de Eliminação de Gauss **com pivotamento parcial**, usando em todas as operações três dígitos significativos.

5. Considere o sistema linear:

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = -12 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 20 \\ 2x_1 - 3x_2 + 10x_3 = 3 \end{cases}$$

a) Resolva-o usando decomposição LU.

b) Calcule o determinante de A usando a decomposição.

6. Quas das matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 8 \\ 6 & 7 & 17 \end{pmatrix}.$$

podem ser decompostas na forma LU? Decompor as que forem possíveis.